*5. Calcul – Mathématiques*

| | |
|---|---|
| 1re, 2e, 3e, 4e et 5e classes | 12 semaines de cours principal |
| 2e, 3e, 4e, 5e, 6e, 7e et 8e classes | 10 semaines |
| 9e, 10e, 11e, et 12e classes | 8 semaines |

En outre, à partir de la 6e classe, une heure par semaine dans le cadre de la période en cours, pour des révisions et de l'entraînement. Cette heure n'est donnée que lorsque la période concerne une autre matière que les mathématiques.

Dans la première conférence de *Méthode et pratique*, Steiner place l'enseignement du calcul et des mathématiques dans l'édifice d'ensemble de l'éducation, et indique comment procéder à la première introduction aux quatre opérations. Il donne ces indications de manière un peu plus détaillée dans le quatrième après-midi de séminaire. À chaque fois, il renvoie avec insistance à sa théorie de la connaissance[95]. Il lui importe que le professeur des classes inférieures apporte à ses élèves l'addition élaborée à partir de la somme, ou ce qui correspond à cela pour les autres opérations, à partir d'une conscience philosophique exercée. Il veut que l'on saisisse l'importance de ce point de départ de la pensée mathématique pour la juste insertion de l'enfant dans le monde au cours de sa croissance. Cela ne signifie pas qu'il faille inculquer la théorie de la connaissance à l'enfant, mais cela attire l'attention sur le fait qu'il n'est pas dans l'esprit de ces indications de minimiser l'importance du calcul élémentaire ; cela rappelle aussi la responsabilité que le maître saisit vis-à-vis de l'esprit dès les premiers pas de l'éducation. – En raison de son extraordinaire importance, je donne en entier le passage concerné, tiré de l'œuvre philosophique de Steiner :

« *Kant estime que les propositions des mathématiques et des sciences pures sont de telles propositions synthétiques à priori qui sont valables. Il prend comme exemple la proposition 7 + 5 = 12. Kant affirme que dans 5 et 7 la somme 12 n'est nullement contenue. Je dois dépasser 5 et 7 et faire appel à mon intuition (Anschauung) pour trouver alors le concept 12. Mon intuition m'oblige à me représenter que 5 + 7 = 12. Mais les objets de mon expérience doivent me parvenir par l'intermédiaire de mon intuition et donc se conformer aux lois de celle-ci. Pour que l'expérience soit possible, il faut donc que de telles propositions soient vraies.*

*Ce raisonnement complètement artificiel de Kant ne résiste pas à un examen objectif. Il est impossible que dans le concept sujet je ne trouve absolument aucun point d'appui pour me conduire au concept prédicat. Car les deux concepts ont été tirés par mon entendement d'une chose qui, en soi, est une. Qu'on ne s'y trompe pas. L'unité mathématique qui est à la base du nombre n'est pas l'unité première. Car l'unité première, c'est la grandeur qui répète tant et tant* *de fois l'unité. Quand je parle d'une unité, je dois présupposer une grandeur. L'unité est une formation de notre entendement, que celui-ci sépare d'un tout comme il sépare la cause de l'effet, la substance de ses qualités, etc. Quand je pense 7 + 5, je maintiens en réalité dans la pensée 12 unités mathématiques, pas en une fois, mais en deux parties. Si maintenant je pense en une fois la totalité des unités mathématiques, c'est exactement la même chose. Et c'est cette identité que j'exprime dans le jugement 5 + 7 = 12.* »

Le maître doit porter cela en lui lorsqu'il veut aborder le calcul avec les enfants en montrant l'addition à partir du concept de somme, etc. Il sait alors que les enfants font l'expérience du concept de somme lorsqu'il transforme le nombre donné en divers groupes de termes. Le lecteur trouvera les détails, inclus dans un contexte plus large, dans les passages que nous mentionnerons. Il faut toutefois prendre en considération le fait que le texte des *Entretiens de séminaire* est incorrect en raison d'erreurs du sténographe. Nous essaierons donc d'en donner une interprétation à la fin du passage concernant la 1re classe.

Voici tout d'abord des citations concernant les mathématiques en général.

On trouve dans la première des *Conférences sur la pédagogie populaire* de 1919 un passage qui conduit au cœur de la problématique de l'enseignement des mathématiques : « *Je l'ai souvent dit : en 3 à 4 heures (il suffit de choisir l'âge approprié), on peut conduire de jeunes êtres des débuts de la géométrie, la droite et l'angle, jusqu'au théorème de Pythagore appelé autrefois "pont aux ânes". Vous auriez dû voir, lorsque j'en ai fait l'essai, l'énorme joie des personnes auxquelles le théorème de Pythagore devenait tout à coup compréhensible après 3 à 4 heures de cours ! Mais pensez un peu à toutes les inanités par lesquelles on doit souvent passer aujourd'hui avant d'arriver à ce théorème ! Nous avons dilapidé une quantité colossale de travail de l'esprit, et ceci se manifeste ensuite dans la vie. Ceci agit sur toute la vie.* »

On peut trouver cela osé. Mais on peut aussi se sentir incité à vérifier avec tout le soin nécessaire ce qui, dans la géométrie élémentaire, est vraiment indispensable pour aborder le théorème de Pythagore. On se demande alors si ces paroles des conférences sur la pédagogie populaire ne renferment pas le début d'une métamorphose complète de la géométrie.

La sixième conférence du cycle de Bâle en 1920 projette une tout autre lumière sur l'enseignement de la géométrie. Il s'agit de conduire l'enfant à une expérience de l'espace concret par le corps entier. « *Chez nous (à l'école Waldorf) les maîtres ne doivent pas être satisfaits lorsque les enfants savent tracer un cercle, mais lorsqu'ils leur ont appris à ressen-*

*tir le cercle, le triangle, le carré. Ils doivent tracer le cercle en ayant le sentiment de la rondeur. Ils doivent apprendre à tracer le triangle en ayant le sentiment des trois angles, en sentant, à l'instant où ils esquissent le premier angle, qu'il y en aura trois. Ils tracent de même le carré : le sentiment de l'angle droit pénètre dès le début toute la conduite du trait. Un enfant doit apprendre chez nous ce qu'est un arc, une horizontale, une droite verticale, et ce non seulement pour la vision intérieure, mais également pour la faculté de le suivre intérieurement avec le bras, avec la main. Ceci doit être fait, également comme base pour l'apprentissage de l'écriture. Aucun enfant ne doit apprendre chez nous à tracer un P sans avoir auparavant une expérience de la verticale et de l'arc ; il ne suffit pas qu'il en ait une vision abstraite, tournée vers l'extérieur, il faut qu'il les ressente intérieurement, qu'il unisse les choses à son sentiment.* »

La treizième conférence du même cycle de Bâle en 1920 donne un point de vue très important sur la première introduction au calcul ; nous le plaçons avant les autres considérations sur cette introduction : « *Il existe toujours dans l'âme l'instinct de passer d'une unité à une chose fractionnée. C'est précisément parce que l'on prend cela si peu en considération que l'on a si peu compris ce que représente en réalité dans l'âme la liberté humaine. Si l'activité de l'homme était exclusivement une activité synthétique, ou, pour mieux dire, si l'homme était avec le monde extérieur dans un rapport tel qu'il ne pourrait que synthétiser, former des concepts d'espèces, de genres, et tel qu'il organiserait la vie en s'efforçant de la diviser autant que possible d'après ces concepts, ce qui est effectivement une de ses activités principales, alors l'homme pourrait en réalité à peine parler de liberté. Car cette manière de procéder, c'est la nature extérieure qui nous la prescrit d'ordinaire.*

*À l'inverse, une activité analytique est, dans l'âme, à la base de tout ce que nous faisons, et c'est à l'activité analytique que nous devons de pouvoir déployer de la liberté, déjà dans la pure vie de représentation.* »

Steiner traite également cette question : comment peut-on conduire la géométrie de la statique à la vie ? « *Celui qui a fait lui-même certaines expériences avec la géométrie peut vraiment ressentir cette dernière comme devant être progressivement conduite de l'immobilité à la vie. En réalité, nous parlons tout de même de quelque chose de très général lorsque nous disons que la somme des angles d'un triangle est de 180°. C'est le cas pour tous les triangles, n'est-ce pas ? Mais pouvons-nous nous représenter chaque triangle ?… il serait bon que nous enseignions à nos enfants un concept mobile du triangle, et non pas un concept mort, que nous ne leur fassions pas dessiner un triangle, simplement, qui est toujours dans ce cas un triangle particulier, individuel, mais que nous leur disions ceci : j'ai ici une ligne ; je fais ensuite en sorte de diviser devant l'enfant cet angle de 180° en trois parties. Je peux le faire* *d'innombrables façons. Je peux ensuite, chaque fois que j'ai divisé cet angle en trois parties, passer au triangle en montrant à l'enfant comment l'angle que j'ai ici apparaît ici.* [Il manque ici manifestement l'indication qu'il faut tracer une parallèle à la ligne de départ, parallèle qui coupe les deux droites divisant l'angle de 180° en trois angles.]… *En partant des trois angles adjacents en éventail, je peux représenter d'innombrables triangles en mouvement, et chacun d'eux a évidemment comme propriété que la somme de ses angles fait 180°, car ils naissent de la division des 180° de la somme des angles.* [Voir la figure dans le texte.] *Ainsi est-il bon d'éveiller chez l'élève la représentation du triangle, de manière telle qu'on n'ait pas du tout la représentation d'un triangle immobile, mais la représentation d'un triangle en mouvement, qui peut être aussi bien à angle aigu qu'à angle obtus, ou aussi à angle droit, parce que je ne conçois pas du tout la représentation du triangle immobile, mais la représentation du triangle en mouvement.*

*Imaginez combien la théorie du triangle deviendrait transparente si je partais d'un pareil concept intérieurement mobile pour développer ce qui concerne le triangle. Ensuite, nous pourrions très bien utiliser cela comme point d'appui si nous voulons à présent développer chez l'enfant un sentiment convenable de l'espace, un sentiment concret, véritable de l'espace. Quand nous avons utilisé de cette façon le concept du mouvement pour la figure plane, toute la configuration d'esprit de l'enfant acquiert une mobilité telle que je peux facilement passer à cet élément de perspective : un corps passe devant un autre, ou derrière un autre. Passer de l'autre côté, passer devant ou derrière, cela peut être le premier élément pour susciter un sentiment approprié de l'espace.* »

Quelques pages plus loin, il est question du lien entre le sentiment de l'espace et les jeux de mouvement : « *Regardons ces dessins de l'enfant. Ce que l'on peut appeler un véritable sentiment de l'espace, les enfants ne l'ont pas encore avant sept-huit ans, et même avant neuf ans… Jusqu'à sept ans, ce qui deviendra plus tard représentation travaille à l'organisme de l'enfant ; jusqu'à la puberté, la volonté travaille à l'organisation de l'enfant, volonté qui ensuite, comme je l'ai déjà dit, se concentre et manifeste par la mue de la voix chez les garçons qu'elle s'est répandue dans le corps. Cette volonté est propre à développer en elle le sentiment de l'espace. De sorte que par tout ce que je viens de dire, par le développement du sens de l'espace à travers les jeux de mouvement, par l'observation de ce qui se passe lorsque des ombres apparaissent, notamment par ce qui prend naissance dans le mouvement et qu'on arrête ensuite, toutes choses qui développent la volonté, l'être humain parvient à une bien meilleure compréhension des choses que par la raison, même si c'est la raison joueuse de l'enfant qui s'exprime en surface, qui veut se raconter.* »

Nous donnerons également un passage du bref cycle de Stuttgart en 1922 (première conférence) : « *Après quatorze ans, il faut saisir toutes les occasions de se rattacher à ce qui a été exposé auparavant de façon plus imagée. On cherche, en mathématiques par exemple, à établir le théorème de Carnot. Il est alors extrêmement utile de ne pas manquer l'occasion d'approfondir avec les enfants, dans tous les détails, les rapports qui peuvent apparaître entre ce théorème de Carnot et le théorème de Pythagore, de manière à les inciter au jugement suivant : il y a dans le théorème de Carnot une métamorphose du théorème de Pythagore. On peut dans tous les domaines, les mathématiques comme l'enseignement religieux, prendre soin de revenir ainsi sur ce qui a été contemplé autrefois. Ce qui a été cultivé en images autrefois doit, bien sûr, toujours venir à notre aide. C'est ce retour en arrière qui stimule le jugement.* »

La cinquième conférence du cycle d'Oxford en 1922 contient un passage important sur l'introduction au calcul : « *L'enfant est prédisposé de bonne heure à assimiler les premiers éléments de l'art du calcul. Mais quand il s'agit justement de cet art, on peut trop souvent observer comment un élément intellectuel pénètre beaucoup trop facilement et prématurément dans l'être de l'enfant. Le calcul en tant que tel n'est jamais étranger à l'être humain, à aucun âge de la vie. Il se développe de par la nature humaine, et entre les facultés humaines et les opérations du calcul, il ne peut jamais s'établir une incompatibilité comme celle qui existe entre nos facultés et les lettres apparues dans la civilisation. Cependant, il importe énormément que le calcul soit proposé à l'enfant sous une forme judicieuse. Au fond, seul peut en juger celui qui, en prenant appui sur une base spirituelle, peut observer la vie humaine tout entière. Deux choses sont en apparence logiquement très éloignées l'une de l'autre : l'enseignement du calcul et les principes de la morale, car tout d'abord on ne voit entre eux aucun lien logique. Mais pour celui qui observe non seulement du point de vue de la logique, mais dans la perspective de la vie, voici ce qui apparaît : l'enfant qui a été mis en contact avec le calcul de la manière juste a plus tard un sentiment moral de la responsabilité tout autre que celui qui n'a pas abordé le calcul de la bonne façon. Ceci vous apparaîtra peut-être extrêmement contradictoire, mais comme je parle de réalités et non de ce que notre époque s'imagine, je ne voudrais, puisque la vérité apparaît de notre temps souvent paradoxale, reculer à mon tour devant de pareilles contradictions. Si en effet, au cours des décennies passées, nous avions compris comment faire plonger l'âme humaine de la bonne manière dans l'enseignement du calcul, nous n'aurions pas de bolchevisme aujourd'hui à l'est de l'Europe.* »

Après avoir brièvement montré comment fonder le nombre sur la subdivision d'un entier et comment introduire la notion de somme par la libre subdivision en parties, Steiner continue : « *On est ainsi en situation de relier l'enfant à la vie d'une manière telle qu'il* *s'y adapte en concevant la somme, le tout, et non pas en passant toujours du moins grand au plus grand. C'est ce qui exerce sur l'âme tout entière de l'enfant une influence extrêmement forte. Lorsque celui-ci est habitué à toujours ajouter quelque chose, une tendance morale naît en lui qui le conduit surtout à l'avidité. Lorsqu'on procède en allant du tout aux parties et que l'on cultive la multiplication de la même manière, cette tendance à l'avidité est moins forte, et l'enfant développe ce qui, dans l'esprit des vertus platoniciennes, peut être appelé la tempérance, la modération au sens le plus noble du terme. Et ce qui dans le domaine moral plaît et déplaît est intimement lié à la façon dont on a appris à manier les nombres. Il ne semble pas tout d'abord qu'il y ait un lien logique entre le maniement des nombres et les idées, les impulsions morales ; il y en a si peu que celui qui veut s'en tenir à la pensée intellectuelle peut se laisser aller à railler quand on en parle, car cela peut lui paraître ridicule. On comprend aussi très bien que quelqu'un se mette à rire quand on lui dit que, pour additionner, il faut partir de la somme et non des parties.* »

Un an plus tard, dans le cycle de Dornach en 1923 (première conférence), Steiner s'exprime une nouvelle fois sur la conscience de l'espace : « *À notre époque d'abstraction et d'intellectualisme, nous nous représentons (prenons quelque chose de très simple) les trois dimensions de l'espace planant quelque part dans les airs. Ce sont trois lignes perpendiculaires que l'on se représente infinies. Naturellement, on peut, grâce à la faculté d'abstraction, parvenir à cela progressivement, mais on ne l'a pas vécu. Or, la tridimensionnalité veut aussi être ressentie, vécue, et elle l'est encore dans l'inconscient lorsque l'enfant apprend à se redresser, quittant la position dans laquelle il rampe maladroitement, perdant constamment l'équilibre, pour trouver finalement devant le monde un équilibre stable. La tridimensionnalité est là concrètement présente. Nous ne pouvons pas alors tracer trois lignes dans l'espace ; car il y a là une ligne qui coïncide avec la verticale du corps, que nous mettons à l'épreuve quand nous dormons étendus et n'y sommes pas insérés, qui est aussi le signe essentiel qui nous distingue de l'animal dont la ligne de la colonne vertébrale est parallèle à la terre, alors que la notre est verticale.*

*La deuxième dimension, c'est celle que nous vivons inconsciemment quand nous étendons les deux bras. Et la troisième, c'est celle de la direction avant-arrière. En vérité, les trois dimensions sont vécues concrètement : de haut en bas – de droite à gauche – d'avant en arrière… L'être humain vit dans sa personne ce qu'il représente dans les figures géométriques, mais uniquement à l'âge où beaucoup de choses sont inconscientes en lui, à demi-rêvées ; plus tard elles atteignent un niveau supérieur, mais sous une forme abstraite.*

*Avec le changement de dentition se trouve affermi ce qui donne à l'être humain sa solidité intérieure. Du moment de la vie ou l'enfant se tient debout jusqu'à celui ou il passe intérieu-*

*rement par cette solidification qu'apporte le changement de dentition, l'enfant essaie inconsciemment dans son propre corps d'expérimenter la géométrie, le dessin. Avec le changement de dentition, cette activité se transmet à l'âme, elle devient psychique. Et nous avons d'une part la réalité physiologique, nous avons en quelque sorte formé ce qui est dur en nous, notre propre système osseux raffermi, comme un dépôt (comme il peut se former dans une solution que l'on fait refroidir, un dépôt grâce auquel le reste du liquide se clarifie) et d'autre part est restée la réalité d'âme: la géométrie, le dessin etc. Nous voyons ainsi apparaître, issues de l'homme, les qualités psychiques. Songez seulement à l'intérêt que cet être offre alors.*»

La dixième conférence de *Méthode et pratique* contient une indication sur le moment où commencer le calcul. Il vient d'être dit que l'enseignement artistique, et l'enseignement de l'écriture et de la lecture qui se fondent sur lui doivent constituer le début du travail à l'école: «I*l faudrait commencer le calcul un peu plus tard. Comme il n'y a pas pour cela de point tout à fait précis dans le développement de l'enfant, il faudra s'orienter à d'autres choses dont il est nécessaire de tenir compte. Donc commencer le calcul un peu plus tard.*»

— 1re classe: Dans les *Conférences sur le plan scolaire* de 1919, la tâche de la 1re classe n'est pas expressément distinguée de celle de la deuxième. Mais nous trouvons dans le quatrième entretien de séminaire, un passage qui sera placé au début en raison de son importance générale. Il peut aider à subdiviser ces deux tâches de manière juste: «*Il est particulièrement important de ne pas poursuivre le travail de façon ennuyeuse: se contenter d'additionner durant six mois, etc. Il faudra, au contraire, prendre ces quatre opérations autant que possible pas trop longtemps l'une après l'autre et les exercer. Ainsi, nous ne calculerons pas selon le programme habituel. Bien au contraire, nous entreprendrons les quatre opérations presque en même temps et veillerons à ce que, par l'exercice, elles soient toute les quatre assimilées simultanément. Vous verrez que l'on procède ainsi de manière très économique.* »

Voici ensuite les indications tirées de la deuxième conférence sur le plan scolaire:

— 1re classe (suite): «*Comme vous le savez, les méthodes habituelles préconisent d'utiliser en 1re classe les nombres jusqu'à 100. On peut suivre ce principe, car il est passablement indifférent, lorsque l'on en reste aux nombres les plus simples, d'aller en 1re jusqu'à tel ou tel nombre. Quel que soit le plus grand des nombres que vous atteignez, il importe seulement de pratiquer, avec les nombres dont vous disposez, les différentes opérations en tenant compte de ce que j'ai dit: introduire l'addition à partir de la somme, la soustraction à partir du reste, la multiplication à partir du produit, et la division à partir du quotient. C'est à dire exactement le* *contraire de ce qu'on fait habituellement. Et après avoir montré que 5 = 3 + 2, alors on montre l'inverse : l'addition de 2 et 3 donne 5. Car on doit éveiller avec force en l'enfant l'idée que 5 = 3 + 2, mais également 4 + 1, et ainsi de suite. L'addition vient donc en second lieu, après la subdivision de la somme, et la soustraction après que l'on a demandé : "Combien dois-je retrancher d'un nombre afin d'obtenir un certain reste ?" et ainsi de suite. Comme je l'ai dit, il est évident que l'on utilisera pour cela les nombres les plus simples en 1re classe. Que l'on utilise les nombres jusqu'à 100, 105, ou 95 est au fond de peu d'importance.*

*Lorsque l'enfant a achevé la seconde dentition, on commence tout de suite à lui faire apprendre la table de multiplication, et même, à mon avis, la table d'addition ; au moins, disons, jusqu'aux tables de 6 ou 7. Il s'agit donc de faire apprendre par cœur à l'enfant, le plus tôt possible, les tables de multiplication et d'addition, après lui en avoir montré le principe à l'aide de la multiplication simple, que l'on aura abordée comme nous l'avons exposé. Ainsi, aussitôt que l'on est à même d'inculquer à l'enfant la notion de multiplication, on le charge de la tâche consistant à apprendre par cœur la table de multiplication.* »

Ce passage se rapporte manifestement à la 1re, à laquelle revient l'apprentissage des quatre opérations et les tables de multiplication : les quatre opérations « en même temps » et « dès que l'on est à même d'enseigner la notion de multiplication », on fait apprendre par cœur la table de multiplication ! Ce qui suit se rapporte manifestement à la 2e :

— 2e classe : « *Puis on continue à pratiquer les quatre opérations en utilisant des nombres plus grands. On essaie de résoudre avec les élèves des exercices simples, également sans écrire, donc de tête, oralement.* » etc. On se reportera au texte.

Apprendre à compter (il n'en n'a pas encore été question) appartient aussi évidemment à la 1re classe. On peut lire à ce sujet ce passage du cycle de Dornach en 1921-1922 (neuvième conférence) :

« *L'enfant est vraiment apte d'emblée au calcul quand il entre dans l'âge scolaire. II s'agit seulement que dans le calcul aussi on doit tenir compte des besoins intérieurs de l'être de l'enfant. Dans ce domaine, I'enfant est porté par nature au rythme, à la mesure, à saisir par le sentiment un élément harmonisant On ne répond pas à cette tendance innée lorsqu'on enseigne à l'enfant ce que j'aimerais appeler la méthode additive et qu'on lui apprend le calcul en comptant.*

*Bien sûr, I'enfant doit apprendre à compter, mais le calcul en comptant de manière additive n'est rien qui puisse s'unir aux forces qui structurent l'être intérieur de l'enfant. Au cours de l'évolution de la civilisation, nous en sommes venus progressivement à traiter le maniement* *des chiffres d'une certaine façon synthétique. Nous avons une unité, une deuxième unité, une troisième unité et nous nous efforçons en comptant, dans l'élément additif, d'ajouter l'un à l'autre, si bien que l'un se trouve à côté de l'autre pendant que nous comptons. Comme on pourra s'en persuader, l'enfant n'a pas de compréhension intérieure pour un tel cheminement. Ce n'est pas de cette façon que le calcul s'est développé à partir de ce qui constitue l'être humain de manière fondamentale. Certes, on s'est mis à compter à partir de l'unité ; cependant le deux n'était pas une répétition extérieure de l'unité, mais se trouvait à l'intérieur de l'unité. Le un donne le deux et le deux est à l'intérieur du un. Si on divise le un, on obtient le trois et le trois est à l'intérieur du un. Lorsqu'on s'est mis à écrire (transposé dans la manière moderne) un, on ne sortait pas de l'unité en arrivant au deux. C'était quelque chose qui se formait organiquement de l'intérieur lorsqu'on parvenait au deux, et le deux était à l'intérieur de l'unité ; de même le trois et ainsi de suite. L'unité englobait tout et les nombres étaient des membres de l'unité qui se formaient organiquement en elle.* »

La suite montre comment on obtient les nombres par un processus élémentaire de division ; on se reportera au texte. Ceci est d'autant plus instructif que le chemin proposé s'écarte un peu de celui proposé à Stuttgart ; on voit ainsi la marge de manœuvre donnée au professeur dans la méthode préconisée par Steiner.

On se reportera à la 4$^{e}$ classe en ce qui concerne le dessin comme étape préparatoire à la géométrie.

Voici maintenant une synthèse interprétant les indications relatives au calcul en 1$^{re}$ classe.

On conduit les enfants à saisir pour la première fois la nature du nombre en divisant un tout quelconque, visible, en deux, trois, quatre parties, etc. ; à partir de là, on les fait compter – sur les doigts. On introduit ensuite les quatre opération (autant que possible simultanément) tout d'abord avec de petits nombres : on part de la quantité réelle d'objets quelconques (la somme) et on la sépare devant les enfants en plusieurs parties plus petites tout aussi réelles (termes de la somme). L'enfant comprend l'addition en saisissant l'identité quantitative des deux états.

On part d'une quantité réelle d'objets et d'une quantité de même nature (le reste) qui reste devant les enfants après que l'on a enlevé une partie des objets. On demande ce qui a été retranché pour qu'il reste précisément ce reste ; ceci conduit les enfants à saisir l'élément plus transitoire (la partie retranchée) et à comprendre ainsi la soustraction.

On part d'une unité réelle (le multiplicande) et d'une multiplicité tout aussi réelle (le produit) et on fait trouver aux enfants l'élément plus transitoire, donné par un nombre pur et non un « nombre de », le multiplicateur. L'enfant découvre ainsi la multiplication.

On part d'une quantité réelle à partager (le dividende) et d'une partie tout aussi réelle (le quotient) et on fait trouver aux enfants le nombre qui a opéré le partage, le diviseur.

On part d'une quantité réelle à mesurer (le dividende) et du nombre – que l'on se représente – d'unités de mesure (le quotient) et on fait trouver l'unité de mesure (le diviseur) aux enfants. Par ces deux exercices, l'enfant fait l'expérience de la division sous ses deux formes, le partage et la mesure.

C'est seulement après des exercices initiaux construits de cette manière, en partant le plus possible de l'existant, de ce que l'on peut toucher et en faisant chercher et trouver ce qui est plus transitoire, abstrait, que l'on passe aux formes habituelles du calcul avec les « nombres nommés ».

Donnons encore ce résumé pour avoir une vue d'ensemble :

1) Addition :
Somme = ce que l'on voit + ce qu'il faut ajouter ?
Combien faut-il ajouter à ce que l'on voit pour qu'il en résulte précisément cette somme ?

2) Soustraction :
Différence = nombre donné - nombre retranché ?
Combien faut-il retrancher du nombre donné pour qu'il reste précisément cette différence ?

3) Multiplication :
Produit = multiplicande x multiplicateur ?
Combien de fois (multiplicateur) faut-il mettre ce multiplicande pour qu'il en résulte précisément ce produit ?

4) Division :
a) Partage : partie = dividende : nombre de parties ?
En combien de parties (diviseur) faut-il répartir ce dividende pour qu'il en résulte précisément cette taille des parties ?
b) Mesure : Nombre d'unités = dividende : taille de l'unité ?
Avec quelle mesure faut-il mesurer le dividende (le parcourir, le comparer) pour obtenir précisément cette unité de mesure ?

Pour l'introduction du calcul, on se reportera aussi à Dornach 1921/1922, neuvième conférence, puis à Ilkley 1923, dixième conférence, en particulier à Torquay 1924, cinquième conférence.

— 2e classe : Juste après le passage concernant la 1re, on lit ceci dans la deuxième *Conférence sur le plan scolaire* : « *Puis on continue à pratiquer les quatre opérations en utilisant des nombres plus grands. On essaie de résoudre avec les élèves des exercices simples, également sans écrire, donc de tête, oralement. On essaie d'élaborer avec des objets des nombres non encore nommés. Je vous ai montré comment vous pouvez élaborer les nombres non encore nommés avec des haricots ou n'importe quoi d'autre. Mais ne pas perdre de vue le calcul avec des nombres nommés.* »

Sur le dessin et la géométrie, voir à la 4e classe. On y trouvera exposé en détail ce qui concerne la vision intérieure de l'espace, par exemple le sens de la symétrie, etc.

— 3e classe : « *En 3e, on continuera tout avec des nombres plus compliqués ; les quatre opérations telles qu'elles ont été pratiquées en 2e pourront déjà être appliquées à certaines choses simples de la vie pratique*[96]. »

On mettra en parallèle avec ces phrases la septième conférence du cycle de Torquay en 1924.

Il est devenu habituel de commencer le calcul écrit en 3e classe ; on se reportera à la 2e classe. Pour le dessin et la géométrie, on se reportera à la 4e. Voir aussi la septième conférence du cycle de Torquay en 1924.

— 4e classe : « *On poursuit en 4e ce qui a été pratiqué les années précédentes. Mais il faut aussi passer aux fractions et en particulier aborder les nombres décimaux*[97]. »

Sur la manière de traiter les nombres décimaux, on lira en particulier la quatorzième conférence du cycle de Bâle en 1920.

Une difficulté apparaît en ce qui concerne la géométrie : on lit ceci dans la dixième conférence de *Méthode et pratique*, alors qu'il est expressément question de la période de neuf à douze ans : « *C'est à ce moment de la vie que nous pouvons passer à la géométrie, tandis qu'auparavant, nous en sommes restés, pour ce qui deviendra la géométrie, au dessin de figures géométriques ; car le dessin permet de développer ce que sont le triangle, le carré, le cercle et la ligne. Nous élaborons donc les formes proprement dites par le dessin en disant après avoir dessiné : voici un triangle, voici un carré. Quant à la géométrie elle-même, où nous* *recherchons les rapports entre les formes, nous ne la commençons qu'aux environs des neuf ans.* »

Nous lisons à la fin de cette même conférence : « *La géométrie vous donne un excellent exemple de liaison entre la leçon d'observation et le programme de la géométrie elle-même.* »

Suit une démonstration du théorème de Pythagore entièrement fondée sur l'observation ; elle vaut tout d'abord pour le triangle rectangle isocèle, mais on peut l'élargir à tout triangle rectangle. Puis Steiner dit ceci : « *Voilà un enseignement concret. Et vous pouvez enseigner la géométrie ainsi. Ce qui a une certaine importance (et j'en ai fait moi-même l'expérience) si vous prévoyez d'enseigner le théorème de Pythagore à un enfant de plus de neuf ans, c'est de préparer la chose en utilisant ainsi les morceaux du carré sur l'hypoténuse. Si vous travaillez de façon à atteindre ce but, vous pourrez, en 7 à 8 heures tout au plus, enseigner à l'enfant tout ce qui est nécessaire en géométrie pour arriver jusqu'au théorème de Pythagore, le célèbre ponts aux ânes. Vous procéderez d'une façon extrêmement économique en temps si vous donnez aux premières bases de la géométrie cette forme concrète. Vous économiserez beaucoup de temps. En outre, vous épargnerez à l'enfant une chose très pesante et qui nuit beaucoup à l'enseignement : vous lui éviterez de manier des pensées abstraites en vue de comprendre le théorème de Pythagore ; à l'inverse, vous lui ferez manier des pensées concrètes et vous irez du simple au complexe.* »

On se reportera également à la quatorzième conférence de *Nature humaine*, qui traite aussi du théorème de Pythagore.

On lit par ailleurs dans la deuxième conférences sur le plan scolaire, à la 6e classe : « *Je vous prie d'autre part de remarquer que, jusqu'à la 6e* [Ce qui signifie avant la 6e. Ceci ressort d'une comparaison avec les indications données dans la même conférence pour le dessin et la peinture. On y trouve en effet un autre objectif pour la 6e], *on a tiré les formes géométriques (cercle, triangle, etc.) du dessin, après avoir pratiqué tout d'abord le dessin en vue de l'écriture dans les premières années. Puis nous sommes peu à peu passés du dessin pratiqué pour l'écriture au développement chez l'enfant de formes plus complexes pratiquées pour elles-mêmes, pour le dessin lui-même. Nous avons également pratiqué la peinture pour l'élément pictural en lui-même. C'est dans cette sphère que nous conduisons l'enseignement graphique et pictural en 4e, et nous enseignons en dessin ce qu'est un cercle, une ellipse, etc. Nous l'enseignons à partir du dessin. Nous allons encore plus loin en conduisant toujours vers des formes plastiques, en utilisant de la pâte à modeler lorsqu'il est possible de s'en procurer ; sinon* *on peut utiliser n'importe quoi, même de la gadoue, pour faire sourdre une vision des formes, un sens des formes.*

*L'enseignement des mathématiques, l'enseignement de la géométrie prend ensuite ce qui a été enseigné de cette manière en dessin, ce qui, pour les enfants, est un acquis. C'est seulement maintenant que l'on en vient à expliquer ce que sont un cercle, un carré, un triangle selon la géométrie. Ainsi, la compréhension spatiale de cette forme est tirée du dessin. Seulement maintenant, en 6e classe, on appréhende avec la pensée géométrique ce que les enfants ont appris en dessin. En contrepartie, on prend comme sujet du travail de dessin quelque chose d'autre, comme nous le verrons.* »

Il semble y avoir contradiction entre ce passage, qui parle de la 6e, et celui, cité plus haut, de *Méthode et pratique*, où il est question de l'ajout de la géométrie au dessin « vers les neuf ans ».

On peut parvenir à un éclaircissement en intégrant d'autres passages. Voici tout d'abord un extrait du cycle de Bâle en 1920 (treizième conférence). Il vient d'être dit qu'il est indispensable de donner des concepts vivants. « *Celui qui a fait lui-même certaines expériences avec la géométrie peut vraiment ressentir cette dernière comme devant être progressivement conduite de l'immobilité à la vie.* »

Il est question ensuite de l'utilisation de la somme des angles du triangle pour « *susciter chez l'enfant une représentation du triangle qui soit en réalité animé d'une mobilité interne* ». Puis on lit ceci : « *Ensuite, nous pourrions très bien utiliser cela comme point d'appui si nous voulons à présent développer chez l'enfant un sentiment convenable de l'espace, un sentiment concret, véritable de l'espace… Ainsi est-il nécessaire aussi, si l'on veut juger du rapport des êtres entre eux dans l'espace, d'examiner l'intérieur des êtres. Et ceci bien compris, de façon vivante, nous amène à développer le sentiment de l'espace chez les enfants en utilisant effectivement le jeu de mouvement lui-même en vue du développement du sentiment de l'espace, en faisant tracer des figures à l'enfant, en courant…*

*Mais il est ensuite particulièrement important de partir de ce que l'on a observé ainsi, pour s'attacher à faire retenir ce que l'enfant a observé. Il est notamment d'une grande importance pour le développement du sentiment de l'espace… que sur différentes surfaces courbes, je fasse projeter des ombres par des corps de courbe différente, et que j'essaie ensuite de susciter de la compréhension pour la configuration particulière des ombres. On peut absolument affirmer : quand un enfant est en mesure de comprendre pourquoi une boule, dans certaines conditions, projette une ombre elliptique (un enfant peut déjà le comprendre à partir de neuf ans), cette* *participation à la formation de surfaces dans l'espace exerce une action extraordinaire sur toute la mobilité intérieure de la sensibilité et de l'imagination de l'enfant. On devrait pour cette raison considérer comme nécessaire le développement du sens de l'espace à l'école.* »

Steiner place ici la compréhension de l'espace très tôt dans la scolarité, à un âge où il ne peut être question de démonstration par étapes fondée sur des axiomes, à la manière d'Euclide, mais où une compréhension à partir du sens de l'espace est tout à fait possible.

On trouve autre chose dans la douzième conférence du cycle de Dornach en 1921-1922. Il est question de la subdivision interne de l'intervalle entre le changement de dents et la puberté et de la nécessité d'adapter l'enseignement à cette subdivision, puis on lit ceci : « *II est beaucoup plus important pour l'enseignant, pour l'éducateur d'entrer peu à peu dans ces manières de faire que de se voir donner un quelconque plan scolaire tout fait avec l'indication d'objectifs à atteindre. II saura bien introduire et traiter de cette façon les éléments justes aux différentes périodes de la vie. Avec savoir-faire et d'une manière artistique, il saura, sans négliger pour autant l'élément plastique, joindre jusque vers la neuvième et la dixième années l'élément descriptif à l'élément plastique, où l'être humain est encore concerné personnellement.* »

Viennent ensuite quelques phrases sur d'autres matières à aborder durant la même période, puis on revient à l'articulation de l'enseignement selon les deux aspects de l'activité propre et de la description : « *Puis, quand on approche des douze ans, mais pas avant, l'élément explicatif peut alors venir se joindre à l'élément plastique et à l'élément descriptif, on prend alors en compte les causes et les effets, ce qui fait appel à l'effort intellectuel. C'est entre onze et douze ans seulement que l'enfant entre dans cette sphère.*

*Or un élément doit se déverser sur toute cette période, c'est l'enseignement des mathématiques qu'il faut traiter dans ses parties les plus diverses, naturellement de façon adaptée à l'âge de l'enfant. L'élément mathématique, le calcul et la géométrie avec lesquels il faut mettre l'enfant en contact, constituent des matières qui sont sources de difficultés toutes particulières pour l'enseignement et l'éducation. Car ce qui fait partie des mathématiques, on l'enseigne pendant tout l'âge scolaire, d'abord de façon assez simple avant neuf ans – car l'enfant peut comprendre déjà beaucoup de choses si l'on procède de façon juste, puis en allant toujours plus loin de façon plus complexe ; il faut présenter cela de façon entièrement artistique, présenter à l'enfant de manière artistique le calcul, la géométrie, avec toutes sortes d'exercices et passer ensuite entre neuf et dix ans de la vie à la description de ces domaines.*

*II faut absolument que l'enfant apprenne à observer, en restant dans l'élément descriptif, les* *angles les triangles, les rectangles etc., c'est seulement vers douze ans que l'on doit passer à la démonstration.* »

Dans la dixième conférence du cycle d'Ilkley en 1923, on lit ceci: « *Le calcul, l'arithmétique et la géométrie, c'est à dire les mathématiques, prennent une position d'exception dans l'enseignement et l'éducation.* [Suivent des considérations sur l'articulation suprasensible de l'être humain et sur l'action particulière de l'enseignement sur les divers constituants de l'enfant, puis la conférence continue ainsi:] *Tout ce dont j'ai parlé hier dans le domaine de la botanique, de ce qui conduit à l'écriture et à la lecture s'adresse au corps physique et au corps éthérique. Nous aurons encore à parler de l'histoire; nous avons déjà parlé de la zoologie et de l'anthropologie. Ceci s'adresse à ce qui sort du corps physique et du corps éthérique durant le sommeil. Le calcul, la géométrie s'adressent à l'ensemble. C'est ce qu'il y a de remarquable. En ce qui concerne l'enseignement et l'éducation, le calcul aussi bien que la géométrie sont, pourrait-on dire, comme des caméléons: de par leur propre nature, ils s'adaptent à l'être humain tout entier. Pour la botanique et la zoologie, on doit prêter attention à les enseigner à un âge très précis et sous une forme particulière, comme je l'ai caractérisé hier; pour le calcul et la géométrie, par contre, il faut veiller à les pratiquer durant toute l'enfance, mais en les modifiant conformément aux modifications des caractères spécifiques de chaque âge.* [Il est question de ce qu'il advient durant le sommeil de ce que l'on a élaboré durant les cours, puis vient ceci:] *Lorsque nous dormons, nous ne sommes nullement dans notre corps physique et notre corps éthérique, mais ces derniers continuent de calculer, continuent de tracer de manière suprasensible leurs figures géométriques, les parachèvent. Lorsque nous savons cela et organisons l'enseignement en fonction de cela, nous obtenons, par un enseignement adapté, une vie incroyable dans tout l'être et l'activité de l'homme. Il est pour cela indispensable de ne pas commencer la géométrie avec ces abstractions, avec cette approche intellectuelle que l'on croit habituellement nécessaires; à l'inverse, il faut commencer avec une observation qui ne soit pas dirigée vers l'extérieur, mais vers l'intérieur, éveiller par exemple chez l'enfant un fort sens de la symétrie. On peut déjà commencer dans ce domaine avec les enfants les plus petits.* [Suit un exposé sur les exercices de dessin appropriés, qui rappellent ceux du quatrième après midi de séminaire, puis il est question de l'activité de tels travaux se continuant dans le sommeil, et on lit enfin:] *Mais il faut viser à cette continuation inconsciente de l'activité du corps éthérique ou corps de forces formatrices en ne commençant pas la géométrie par les triangles, etc., où l'intellect joue toujours un rôle, mais avec la représentation concrète de l'espace.* »

Dans la cinquième conférence du dernier cycle pédagogique celui de Torquay 1924, on trouve la progression de la géométrie fondée sur des exercices de symétrie, puis il est question du théorème de Pythagore: « *Voyez-vous, le théorème de Pythagore, c'est une chose qui peut représenter un but important de la géométrie. On peut donner à la géométrie une forme telle que ce théorème en devienne le couronnement. Le carré de l'hypoténuse d'un triangle rectangle est égal à la somme des carrés des deux cotés de l'angle droit, voilà quelque chose de grandiose, quand on se donne la peine de bien y regarder.* »

Après une démonstration particulièrement appropriée du théorème, que l'on trouve aussi dans le *Séminaire*, et un passage sur « *ce qu'il a de frappant à chaque fois que l'on s'y intéresse* », passage dont nous recommandons particulièrement la lecture, l'exposé s'achève ainsi: « *Avec des enfants de onze-douze ans, vous pouvez fort bien pousser le travail en géométrie assez loin pour expliquer le théorème de Pythagore par des comparaisons d'aires ; les enfants seront enthousiasmés lorsqu'ils auront compris, et seront pleins d'ardeur au travail. Cela leur fait plaisir. Ils veulent toujours recommencer, surtout quand on les fait découper. II y aura seulement quelques intellectuels bons à rien, qui auront enregistré la chose et qui la retrouveront toujours facilement. La plupart des autres, plus raisonnables, se tromperont toujours en découpant et devront peiner jusqu'à ce qu'ils mettent sur pied la solution comme elle doit être. Cela correspond au caractère merveilleux du théorème de Pythagore, et l'on ne doit pas s'écarter de ce merveilleux, mais au contraire s'y maintenir.* »

Si l'on essaie d'ordonner ces données, on obtient ces exigences:

1) Il faut pratiquer le calcul et la géométrie durant toute l'enfance en les adaptant au mûrissement progressif. (Ilkley 1923)

2) Les étapes du développement que constituent les neuf ans et les onze ans induisent une articulation de l'enseignement des mathématiques, géométrie incluse; on peut donner ces caractéristiques: approche artistique, description, explication et démonstration. (Dornach 1921-1922)

3) La véritable élaboration d'une géométrie avec des démonstrations n'est à sa place qu'après onze-douze ans. (*Conférences sur le plan scolaire* et Dornach 1921-1922)

4) Auparavant, les enfants devraient toutefois fréquenter déjà les figures géométriques d'une manière très approfondie pour être familiarisés avec elles. Ce travail sur les figures en deux et trois dimensions que l'on peut reproduire par le dessin passe par deux étapes: travail artistique jusqu'à neuf ans et observation et description jusqu'à

onze-douze ans. Outre les exercices préparatoires à l'écriture, on pratique dans la première étape des exercices de symétrie présentés de manière artistique, et dans la deuxième, on passe aux figures géométriques habituelles et en même temps à la règle et au compas. Il faut tenir compte de la demande de Steiner : faire en 6e classe de la minéralogie « en utilisant les formes géométriques ». (Dornach 1921-1922)

5) *Méthode et pratique* situe autour des neuf ans la transition de la phase artistique à la phase d'observation et de description, alors que les *Conférences sur le plan scolaire* et le cycle de Dornach en 1921-1922 ne font commencer la géométrie descriptive qu'à neuf ans.

On peut tirer de toutes ces indications les objectifs suivants pour l'enseignement élémentaire de la géométrie :

Objectifs de l'enseignement de la géométrie

| | |
|---|---|
| 1re classe : | Dessin en vue de l'apprentissage de l'écriture. |
| 2e et 3e : | Dessiner des formes simples et compliquées pour elles-mêmes et sans relation avec des objets, pour cultiver la conscience de l'espace comme forme (symétrie, etc.) |
| 4e et 5e : | Se familiariser avec les figures géométriques, saisir leurs rapports par la description (triangle, carré, cercle, ellipse etc.), jusqu'au théorème de Pythagore, au moins pour le triangle rectangle isocèle |
| 6e à 8e : | Il faut maintenant comprendre à l'aide de démonstrations ce qui a jusqu'alors été traité en dessin et par la description. (En même temps, l'enseignement du dessin, à nouveau indépendant, aborde l'étude des projections et des ombres simples.) |

Abstraction faite du dessin en vue de l'apprentissage de l'écriture, il en découle trois ensembles dont chacun représente un tout :

— premier degré : à partir de neuf ans, on cultive en dessin, peinture et modelage un travail artistique sans appui sur des éléments du monde extérieur – symétrie, métamorphose, amplification, fait de compléter.

— deuxième degré : au plus tard autour de neuf ans, on commence un premier cycle de géométrie qui englobe les figures géométriques habituelles et fait découvrir leurs relations, mais en restant dans l'observation. Ce cycle doit considérer le théorème de Pythagore comme son but.

— troisième degré : seulement à ce degré, qui commence à onze-douze ans, on doit arriver à élaborer de manière stricte la connaissance mathématique ; ce que l'on a déjà observé, on doit le reprendre d'une autre manière à partir de ses éléments.

Steiner a considéré la démarche d'observation comme faisant également partie de la véritable géométrie. Le fait qu'il ait plaidé pour une preuve par l'observation du théorème de Pythagore dès le moment situé entre neuf et onze-douze ans le montre. C'est manifestement de cette manière de pratiquer la géométrie qu'il est question dans *Méthode et pratique*, lorsqu'il est demandé de commencer la géométrie à proprement parler dès les neuf ans. Les *Conférences sur le plan scolaire* parlent, elles, de la géométrie usant de démonstrations strictes lorsqu'elles demandent d'aborder le compréhension géométrique en 6e. Ceci résout l'apparente contradiction entre ces deux sources, *Méthode et pratique* et les *Conférences sur le plan scolaire* ; la voie est libre pour avancer vers les autres classes.

— 4e classe (suite) : Géométrie – essai de formulation : Après avoir, dans les trois premières classes, pratiqué les exercices de dessin en vue de l'apprentissage de l'écriture et des exercices de dessin et de modelage visant les formes en elles-mêmes sans lien avec des objets extérieurs, on commence au plus tard en 4e à faire dessiner des formes géométriques élémentaires et on apprend aux élèves à trouver leurs relations par la simple observation.

— 5e classe : « *Nous voulons ensuite continuer en 5e classe l'étude des fractions et des nombres décimaux, et apporter à l'enfant tout ce qui lui confère la faculté de se mouvoir, en calculant librement, parmi les nombres entiers, fractionnaires ou décimaux*[98]. »

En géométrie (nous l'ajoutons), on poursuit et on intensifie la description des figures géométriques.

— 6e classe : « *Puis, en 6e, on passe au calcul d'intérêt et de pourcentage, aux opérations de change sous une forme simple, et l'on donne ainsi un fondement à l'arithmétique littérale, comme nous l'avons montré*[99]. »

À ce sujet, on se reportera tout particulièrement au treizième après-midi de séminaire.

On y verra comment faire du calcul d'intérêts une transition vers l'arithmétique littérale.

Au sens de ce qui a été exposé pour la 4ᵉ classe, il faut commencer les démonstrations en géométrie, et aller environ jusqu'à l'égalité des triangles et ses applications. Il faut utiliser les concepts acquis les années précédentes en dessin géométrique, les expliquer, les élargir, et introduire en particulier la notion de lieu géométrique.

La quatorzième conférence de *Méthode et pratique* parle du calcul commercial qui doit commencer en 6ᵉ classe :

— 6ᵉ classe (suite) : « *Ce qui est faculté de jugement proprement dite, par quoi nous pouvons compter sur la compréhension par l'intelligence, par l'intellect intervient dans la dernière période des classes primaires. C'est pourquoi nous emploierons précisément la douzième année, où les facultés s'orientent vers le jugement compréhensif, pour combiner celui-ci avec ce qui nécessite encore un certain sens instinctif, mais qui disparaît déjà grandement sous l'influence du jugement. Ce sont en quelque sorte des instincts crépusculaires dont il faut triompher par le jugement.*

*À cet âge, il faut tenir compte du fait que l'être humain a un certain sens du calcul de l'intérêt, de tout ce qui rapporte, de l'escompte, etc. Ceci fait appel aux instincts, mais il faut que ceux-ci soient fortement dominés par le jugement, c'est pourquoi nous devons placer à ce moment les rapports entre la comptabilité et la circulation des marchandises, les conditions de fortune, donc le calcul des pourcentages, des intérêts, de l'escompte.* »

— 7ᵉ classe : « *En 7ᵉ, on essaie d'apporter aux enfants la mise en puissance et l'extraction de racine, après être passé à l'arithmétique littérale ; on traite également ce que l'on nomme le calcul avec des nombres positifs et négatifs. Mais avant tout, on essaie d'introduire les enfants dans ce que l'on peut appeler les équations ; mais il s'agira ici de les traiter en s'appuyant sur des faits de la vie pratique utilisés librement*[100]. »

Voir également au complément au quatorzième *Entretien de Séminaire*.

En géométrie (nous le proposons), il faudrait avancer en utilisant toujours les démonstrations, par exemple en traitant du cercle, des quadrilatères et des polygones. Il faut continuer de s'intéresser à la notion de lieu géométrique, apte à libérer les formes géométriques de leur fixité et à les rendre mobiles.

— 8ᵉ classe : « *En 8ᵉ on poursuit l'étude de ce qui se rapporte aux équations ; on conduit les enfants aussi loin que possible, et on ajoute le calcul de périmètres et d'aires, ainsi que les lieux géométriques comme nous l'avons tout du moins esquissé hier*[101]. »

En ce qui concerne les lieux géométriques on se reportera également au quatorzième

*Entretien de séminaire* et au *Conseil* du 22 septembre 1920.

La géométrie est déjà mentionnée dans les *Conférences sur le plan scolaire*, mais nous devons indiquer que des calculs de volumes simples devraient aussi être faits en plus des calculs d'aires, que le concept de lieu géométrique serait maintenant à appliquer également aux courbes comme l'ellipse, l'hyperbole, les courbes des Cassini et le cercle d'Apollonius. Se reporter au treizième entretien de séminaire. On devrait en outre travailler l'élévation à une puissance et l'extraction de racines de même que les équations à plusieurs inconnues.

Jusqu'à aujourd'hui, on remarque fortement que de nombreux professeurs de classe n'ont pas le lien intense avec les mathématiques qui leur permettrait de remplir vraiment les demandes de Steiner. Ceci vaut en particulier pour la géométrie ; la géométrie courante est déjà étrangère à beaucoup, la propre scolarité n'a pas conduit à l'aimer. Et maintenant, il faut mettre quelque chose d'autre à sa place, et même deux fois, d'abord le dessin de formes qui doivent être métamorphosées et réalisées à partir de l'intériorité sans appui sur un objet ou un processus visible. Ensuite, on doit passer aux figures géométriques qui sont tellement « abstraites », et élaborer leurs propriétés, les lois de leurs transformations par la seule observation, en utilisant des aides aussi mécaniques que la règle et le compas, pour enfin présenter une « véritable » géométrie avec des démonstrations ! Élaborer de manière vraiment concrète cette manière tout à fait nouvelle d'aborder la géométrie est une tâche d'une importance extrême ; par ailleurs, Steiner s'est exprimé le 14 février 1923 sur la question d'un livre de géométrie personnel.

À partir de la 9e classe, la situation de la géométrie est tout autre. Elle est maintenant entre les mains d'un professeur de mathématiques ; il se rend régulièrement compte que les éléments de la géométrie sur lesquels il voudrait s'appuyer pour avancer sont étrangers aux élèves.

Lors de l'ouverture de la première 9e, Steiner demande au professeur de mathématiques, le 22 septembre 1920, comment il avait pratiqué en 8e l'élévation à une puissance et l'extraction d'un racine, en particulier l'élévation au carré et au cube de nombres donnés et l'extraction de la racine, y compris la racine cubique, et dit là-dessus :

— 9e classe : « *Dans ce domaine, il ne s'agit pas de faire les choses sous la forme dont on aura besoin plus tard, mais de travailler certaines formes de pensée. Les formes de pensée auxquelles on s'entraîne en élevant au cube, au carré, en extrayant la racine, cette chose particulière qui consiste à faire en quelque sorte abstraction des nombres concrets et à les regrouper d'une autre manière fait pénétrer tellement profond dans tout l'organisme des nombres et a une* *telle action formatrice sur la pensée qu'on devrait s'y entraîner.*

*Il serait nécessaire de faire ensuite des calculs concrets. Je trouverais très important que l'on calcule avec les élèves par exemple des contenus concrets, ce qui irait tout à fait dans le sens de ce qu'ils ont acquis avec vous. Voici ce à quoi je pense : un arrosoir cylindrique ou conique contient une certaine quantité d'eau. Quelle est cette quantité lorsque la base a un diamètre qui est deux fois plus petit que le diamètre de l'autre ?*

*Je passerais ensuite à des calculs avec valeurs approchées, pour que les enfants aient ce concept. Je partirais (on peut tout à fait le faire ici) du dioptre d'arpentage et de l'établissement d'une valeur moyenne lors de telles activités pratiques, par exemple lors du pesage avec une balance de pharmacien. Puis encore d'autres calculs dans le domaine des changes. Vient la géométrie : des calculs de capacités tout d'abord, puis je conseillerais de prendre les premiers éléments de la géométrie descriptive.* »

Lors de l'établissement du plan scolaire de la 10e, un an plus tard, il est question d' éléments importants pour la 9e. Le professeur dit comment il a traité ce qui a été donné pour la 9e, et Steiner ajoute : « *On peut donner la notion de p. Lorsque l'on traite du concept de p, il ne peut être question de recevoir des théories sur les décimales. Ils peuvent découvrir le nombre p jusqu'à une décimale*[102]. »

Le professeur dit que les enfants connaissent depuis la 8e l'ellipse, l'hyperbole et la parabole comme lieux géométriques. « *Il s'agirait de faire découvrir aux enfants les premiers éléments de la trigonométrie plane. Je crois que nous pouvons considérer cela comme leur première tâche. Puis vient la descriptive…* »

Le professeur indique que les élèves ont compris comment représenter des figures ou des plans sécants ; ils peuvent représenter deux triangles sécants, et également le point d'intersection d'une droite et d'un plan. « *Ceci n'est peut-être pas nécessaire. Il faudrait suivre cette méthode : partir de la projection, de la projection orthogonale, point, droite, prendre la représentation du plan, le plan en tant que plan, non pas le plan en tant que triangle.* »

Jusqu'ici, l'exposé concerne manifestement la 9e en précisant son programme donné un an auparavant ; il est plus simple que ce que le professeur a fait.

Aussitôt après, Steiner parle manifestement de la 10e :

— 10e classe : « *Il faudrait ensuite ajouter* [au traitement du plan en tant que plan] *l'étude des plans et l'intersection de deux plans. Ensuite, n'est-ce pas, les premiers éléments de la géométrie de position. Donnez avant tout aux élèves une idée de la dualité. Il suffit d'inculquer les tout premiers éléments.* »

Lorsque le professeur indique que l'on a besoin des logarithmes pour la trigonométrie (nous sommes juste avant l'ouverture de la première 10e), Steiner revient manifestement sur la 9e :

9e classe (suite) : « *Ils ne connaissent pas encore la notion de logarithme ? Il faut évidemment l'inclure dans les mathématiques. Cela en fait partie. Vous n'aurez besoin que d'apprendre les notions de base : sinus, cosinus, tangente. Quelques théorèmes, cela peut constituer un sujet en soi, pour qu'ils commencent à comprendre de la manière la plus vivante possible sin2a + cos2a = 1.* »

Le professeur comprend que Steiner veut que l'on ait les logarithmes dès la 9e. « *Il suffit, avec les logarithmes, d'aller assez loin pour pouvoir faire les opérations logarithmiques les plus simples*[103]. »

Ces dernières paroles se rapportent donc manifestement à la 9e.

Au cours de l'année scolaire au début de laquelle il a donné ces indications, Steiner dit encore, le 11 septembre 1911 :

— 10e classe (suite) : « *Vous aurez atteint tout ce que vous devez atteindre si vous réussissez à leur enseigner les premières notions de la géométrie de la position, jusqu'à la loi de la dualité, avec la perspective de rendre les enfants perplexes et étonnés, et si vous parvenez à les intéresser à quelques unes des figures de la nouvelle thèse.* »

Les termes « nouvelle thèse » désignent *Zur Pädagogik der Mathematik und Physik* de Hermann von Baravalle.

Lors de la première constitution d'une 11e classe en 1922, l'objectif suivant est fixé aux mathématiques :

— 11e classe (1922) : « *Il s'agirait en mathématiques de traiter le plus complètement possible la trigonométrie et la géométrie analytique. En descriptive, il faut travailler jusqu'au point où les enfants comprennent et peuvent dessiner l'intersection d'un cône et d'un cylindre*[104]. »

Un an plus tard, alors qu'un professeur de mathématiques pose une question sur l'algèbre en 11e, cette indication se voit métamorphosée d'une manière particulière : « *J'ai indiqué qu'il fallait aller jusqu'à la compréhension du théorème de Carnot et de ses applications. Ceci suffit à caractériser le plan scolaire tout entier. Il comprend beaucoup d'algèbre, on a besoin de beaucoup d'algèbre : séries, fonctions, etc. – On peut en rester à cela et donner des exercices faisant appel à la maîtrise du théorème de Carnot sous toutes ses formes*[105]. »

Une troisième formulation du plan scolaire de la 11e classe est donnée le 30 avril 1924 :

— 11e classe (suite, 1922) : « *11e classe : intersections et interpénétrations, construction d'ombres, équations diophantiennes, géométrie analytique jusqu'aux coniques. En trigonométrie de 11e, il faut prendre les fonctions d'une manière plus intérieure, de sorte à y inclure le principe de la relation en sinus et cosinus. Le point de départ doit naturellement être géométrique.* »

La dernière phrase semble ne pas avoir de motivation. Elle est prononcée parce que Steiner a donné juste auparavant les objectifs de la 12e et a repoussé le fait de commencer l'étude du calcul différentiel avec des considérations géométriques. C'est pour cela qu'il souligne expressément ici le point de départ géométrique pour la trigonométrie.

Pour la 12e, Steiner a donné deux fois le plan scolaire des mathématiques, en 1923 pour la seule classe qui ait passé l'examen après douze ans, en 1924 pour les 12e ultérieures qui durent faire en plus une classe de préparation. La différence entre les deux plans scolaires ne se manifeste d'une manière aussi forte dans aucune autre matière. Ce qui importe pour le but que nous nous sommes fixé, ce ne sont pas les objectifs fixés en 1923 en s'appuyant sur les programmes officiels, mais la manière dont Steiner laisse transparaître l'objectif idéal d'une 12e purement Waldorf :

— 12e classe (1923) : « *Il serait souhaitable que les élèves acquièrent précisément à cet âge (ils ont environ dix-huit ans)… une compréhension globale de l'histoire de l'art et perçoivent déjà le spirituel dans la littérature, l'histoire de l'art et l'histoire sans qu'on leur inculque des "dogmes anthroposophiques".* »

Des objectifs sont ensuite cités en exemples dans diverses matières d'une manière concrète, concrète sur le plan spirituel, qui ne sera pas répétée en 1924. Voici ce qui est dit pour les mathématiques en particulier :

— 12e classe (suite) : « *Il n'est même pas possible d'élaborer par exemple l'étude de l'espace comme je l'ai indiqué dans le dernier cycle pédagogique à Dornach* [Dornach 1923], *les trois dimensions haut-bas, droite-gauche, avant-arrière. Ceci a introduit une misère même pour la propagation des vérités anthroposophiques d'un manière générale. Voyez-vous, il n'y a aujourd'hui absolument aucun public pour de telles choses alors qu'il devrait y en avoir un au sens le plus profond. Il s'agirait de dire que tout ce qui est volontaire agit de manière tridimensionnelle dans la sphère terrestre. Tout ce qui est du domaine du sentiment n'agit pas de manière tridimensionnelle mais dans deux dimensions, si bien que l'on aurait toujours besoin, pour passer dans l'âme de la volonté au sentiment…, de projeter la troisième dimen-*

*sion non pas sur un plan, mais sur une direction plane qui correspond donc à avant-arrière. Il faut remarquer que l'on peut ramener cela au plan sagittal de l'homme, mais que l'on ne peut pas s'y limiter. Ce plan est partout bidimensionnel. Le penser conduit ensuite à l'unidimensionnalité, le Je à la dimension nulle. La chose deviendrait ainsi très claire. Mais, je vous le demande, comment pourrait-on exposer cela aujourd'hui, même si c'est élémentaire ? Il n'y a aucune possibilité aujourd'hui de rendre cela plausible à un public. Il n'y a pas de public pour cela*[106]. »

La seconde formulation du plan scolaire de la 12e classe est donnée le 30 avril 1924. La classe a reçu un enseignement Waldorf depuis la 7e, et a vu les nombres complexes jusqu'au théorème de Moivre, puis les équations unitaires (*Einheitsgleichungen*) et la combinatoire. Steiner dit à ce propos : « *L'enseignement tel qu'il a été conduit l'an passé en 12e classe montre précisément que l'on ne peut pas en fait procéder ainsi. C'est quelque chose d'épouvantable pour l'âme humaine* [passer le bac après douze années]. *Il s'agit de traiter la trigonométrie sphérique de la manière la plus claire possible, les éléments de la géométrie analytique de l'espace. Puis, en géométrie descriptive, la perspective cavalière. Les élèves devraient parvenir à pouvoir représenter en perspective cavalière une maison de forme complexe, son intérieur y compris. En algèbre, il est indispensable de ne prendre que les premiers éléments du calcul différentiel et intégral. On n'a pas besoin d'arriver aux calculs a minima et a maxima. Ceci appartient à l'université. Il suffit de traiter correctement les notions de différentiel et intégral.* »

Précisant ces indications, il continue : « *On devrait attacher de l'importance à l'étude de la trigonométrie sphérique, et de son application à l'astronomie et à la géodésie complexe d'une manière tout à fait adaptée à l'âge, pour que ceci soit compris dans les grandes lignes. Il faut utiliser la géométrie analytique de l'espace pour… montrer comment des formes peuvent être exprimées par des équations. Je ne reculerais pas devant cette tâche, qui serait le point culminant de cet enseignement : pouvoir comprendre à quelle courbe ou surface correspond cette équation : $x2/3 + y2/3 + z2/3 = a$. Cela donne une astéroïde…, de telle sorte que l'on intègre le plus possible de culture générale. Avant tout, rendre aussi les équations lisibles, de telle sorte que l'on acquière le sens de la manière dont les choses sont en réalité présentes dans les équations. À l'inverse, on devrait aussi cultiver particulièrement cet exercice : je dessine une courbe en deux ou trois dimensions, ou un solide, et il faut trouver l'équation d'après la forme, sans entrer dans tous les détails ; il s'agit d'avoir un sens pour les équations.*

*Je ne considère pas comme utile pour la formation générale en mathématiques de rattacher le calcul différentiel et intégral à la géométrie ; il faut plutôt les rattacher aux quotients. Je* *partirais du calcul de différences, de Dx/ Dy, je considérerais cela comme un quotient et j'élaborerais le quotient différentiel uniquement en partant des nombres en rendant de plus en plus petits le diviseur et le dividende. Je ne partirais pas de cette notion de continuité ; on ne peut pas en tirer la notion de quotient différentiel ; ne pas partir de la différentielle, mais du quotient différentiel. Si vous partez de séries, passez à la géométrie en utilisant le problème des tangentes, passez de la sécante à la tangente. Et lorsque le quotient différentiel est entièrement saisi du point de vue des nombres, uniquement par le calcul, passez alors seulement à la géométrie, de sorte que l'élève considère la géométrie seulement comme une illustration, venant en dernier, de ce qui est du domaine des nombres. Vous obtenez alors l'intégrale comme inverse. Vous obtenez alors la possibilité de ne pas partir du fait que le calcul est une forme fixée de la géométrie, mais du fait que la géométrie est une illustration du calcul. On devrait, d'une manière générale, tenir davantage compte de cela, par exemple ne pas considérer les nombres positifs et négatifs comme une chose en soi ; on devrait prendre la série des nombres de cette manière : 5 - 1 ; 5 - 2 ; 5 - 3 ; 5 - 4 ; 5 - 5;5 - 6. Maintenant je n'ai pas assez, parce qu'il me manque un, je l'écris -1. Souligner le fait qu'il manque un sans tracer une ligne des nombres. Vous restez alors dans l'élément des nombres. Le nombre négatif, c'est la quantité manquante. Activité intérieure bien plus grande ! On a par là la possibilité d'animer chez l'élève des facultés beaucoup plus réelles que si l'on fait tout en partant uniquement de la géométrie.* »

Le professeur demande par quoi on devrait commencer ; Steiner continue : « *Comme la classe est allée jusqu'à la trigonométrie sphérique, il faut passer de la trigonométrie à la notion de sphère, de manière qualitative, sans se lancer d'emblée dans des calculs. Au lieu de dessiner dans le plan, il faut dessiner sur la boule, pour obtenir la notion de triangle sphérique, la notion de triangle tracé sur une sphère. Il faut rendre cela imagé pour les enfants. Puis montrer que la somme des angles n'est pas de 180°, qu'elle est supérieure. Il faut vraiment inculquer aux enfants cette notion du triangle sur la sphère, avec des limites courbes. Après seulement, le calcul. En trigonométrie, le calcul est une interprétation de la chose. Je voudrais que vous ne considériez pas la chose à partir du centre de la sphère, mais à partir de la courbure de la surface, de manière à pouvoir immédiatement passer à des considérations générales, par exemple à la courbure, à l'aspect qu'aurait la même figure, un triangle sur une sphère, sur un ellipsoïde, sur un paraboloïde de révolution, sur lequel il ne sera pas fermé des deux côtés, mais ouvert. Ne partez pas du centre, mais de la courbure de la surface, sans quoi vous ne vous en tirerez pas pour les autres corps. Vous devez penser que vous êtes vous-même sur la surface, vous devez vous représenter ceci : qu'éprouvai-je lorsque je « parcours » un triangle qui, sur l'ellipsoïde, correspond à un triangle sphérique ? Attirer ensuite l'attention des élèves sur l'application du théorème de Pythagore habituel au triangle sphérique.*

*On ne peut évidemment pas prendre des carrés. Ces chose contribuent à la culture générale, alors qu'autrement elles ne forment que l'entendement.*

*Permutations, combinaisons – on l'a déjà traité.* [Le professeur a déjà traité la combinatoire en 11e.] *Si l'on a du temps, prendre les premiers éléments du calcul des probabilités, par exemple l'espérance de vie d'un homme*[107]. »

Nous avons encore une remarque sur la perspective cavalière faite le 2 juin 1924 : « *La perspective réaliste est la perspective cavalière. En petits éléments, nous voyons tout en perspective cavalière. Pour la perspective cavalière, il faudrait prendre toutes les possibilités. L'architectonie est ce qui est prévu pour la perspective cavalière. Les architraves du premier Goethéanum étaient faites en perspective cavalière, comme lorsque l'on considère les murs d'une pièce, tout autour de soi.*

*Je voudrais seulement que l'on pratique en même temps l'exécution à main levée de toutes les constructions, par exemples les coniques. On peut ensuite faire le dessin exact avec la règle et le compas.* »